2021年成人高等学校招生全国统一考试专升本

高等数学(一)

本试卷分第Ⅰ卷(选择题)和第Ⅱ卷(非选择题)两部分.满分150分.考试时间150分钟.

第Ⅰ卷(选择题,共40分)

一、选择题(1~10小题,每小题4分,共40分,在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的)

1. 设 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(1+bx)}{x}=2$,则 $b=$　(　　)

A. 2　　B. 1

C. $\dfrac{1}{2}$　　D. -2

2. 当 $x\to 0$ 时,$\tan x^2$ 为 x 的=　(　　)

A. 低阶无穷小量　　B. 等价无穷小量

C. 同阶但不等价无穷小量　　D. 高阶无穷小量

3. 设函数 $f(x)$满足 $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{f(x)-f(1)}{2(x-1)}=1$,则 $f'(1)=$　(　　)

A. 2　　B. 1

C. $\dfrac{1}{2}$　　D. -1

4. 设 $y=x+e^{-x}$ 则 $dy\Big|_{x=1}=$　(　　)

A. $e^{-1}dx$　　B. $-e^{-1}dx$

C. $(1+e^{-1})dx$　　D. $(1-e^{-1})dx$

5. 曲线 $y=x\ln x$ 在点(e,e)处法线的斜率为　(　　)

A. -2　　B. $-\dfrac{1}{2}$

C. $\dfrac{1}{2}$　　D. 2

6. $\int(\cos x)'dx=$　(　　)

A. $\sin x+C$　　B. $\cos x+C$

C. $-\sin x+C$　　D. $-\cos x+C$

7. $\int_{-1}^{1}(x\cos x+1)\mathrm{d}x$ ( )

A. -2　　B. -1

C. 1　　D. 2

8. $\int^{+\infty}\frac{1}{x^3}\mathrm{d}x$ ( )

A. $\frac{1}{2}$　　B. $\frac{1}{4}$

C. $-\frac{1}{4}$　　D. $-\frac{1}{2}$

9. 设 $z=y^5+\arctan x$，则$\frac{\partial z}{\partial y}=$ ( )

A. $5y^4+\frac{1}{1+x^2}$　　B. $\frac{1}{1+x^2}$

C. $5y^4$　　D. $5y^4+\arctan x$

10. 设 $z=e^{2x-y}$，则$\frac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}=$ ( )

A. $-e^{2x-y}$　　B. e^{2x-y}

C. $-2e^{2x-y}$　　D. $2e^{2x-y}$

第Ⅱ卷(非选择题，共 110 分)

二、填空题(11～20 小题，每小题 4 分，共 40 分)

11. $\lim\limits_{x\to 0}\frac{3x+1}{x^2+2x+3}=$________.

12. $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{3n^2+5n}{2n^2+4n+5}=$________.

13. 设函数 $f(x)=\frac{e^x-1}{2x}$，则 $f(x)$的间断点为 $x=$________.

14. 设 $y=xe^x$，则 $y'=$________.

15. 设 $y=y(x)$是由方程 $y+e^x=x$ 所确定的隐函数，则 $y'=$________.

16. 曲线 $y=\frac{1}{x-2}$的铅直渐近线方程为=________.

17. $\int xe^{x^2}\mathrm{d}x=$________.

18. $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\int_{2}^{x}\tan t\,\mathrm{d}t=$________.

19. $\int_{0}^{1}\frac{1}{1+x^2}\mathrm{d}x$ ________.

20. 过坐标原点且与平面 $3x-7y+5z-12=0$ 平行的平面方程为________.

三、解答题(21～28 题,共 70 分. 解答应写出推理、演算步骤)

21.(本题满分 8 分)

设函数 $f(x)=\begin{cases}2ax+a^2, & x>1,\\ -x, & x\leqslant 1\end{cases}$ 在 $x=1$ 处连续,求 a.

22.(本题满分 8 分)

设 $y=\dfrac{\ln x}{x}$,求 $\mathrm{d}y$.

23.(本题满分 8 分)

计算 $\displaystyle\int \frac{\cos\sqrt{x}}{\sqrt{x}}\mathrm{d}x$.

24.(本题满分 8 分)

求曲线 $y=2x^3-6x^2$ 的凹、凸的区间及拐点.

25.(本题满分 8 分)

设 $z=\ln(x+y^2)$,求 $\mathrm{d}z\Big|_{(1,1)}$.

26.(本题满分 10 分)

求微分方程 $y''-3y'+2y=2$ 的通解.

27.(本题满分 10 分)

计算 $\iint\limits_{D} xy\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y$,其中 D 是由 $x=0,y=x$ 和 $x^2+y^2=1$ 在第一象限所围成的闭区域.

28.(本题满分 10 分)

将 $y=\mathrm{e}^{x+1}$ 展开成 x 的幂级数.

2021 年成人高等学校专升本招生全国统一考试
高等数学(一)参考答案

一、选择题

1. *A*	2. *D*	3. *A*	4. *D*	5. *B*	6. *B*
7. *D*	8. *A*	9. *C*	10. *C*		

二、填空题

11. $\frac{1}{3}$

12. $\frac{3}{2}$

13. 0

14. $(x+1)e^{x}$

15. $\frac{1}{1+e^{y}}$

16. $x=2$

17. $\frac{1}{2}e^{x^2}+C$

18. $\tan x$

19. $\frac{\pi}{4}$

20. $3x-7y+5z=0$

三、解答题

21. $\lim\limits_{x\to 1^+} f(x)=\lim\limits_{x\to 1^+}(2ax+a^2)=2a+a^2$,

$\lim\limits_{x\to 1^-} f(x)=\lim\limits_{x\to 1^-}(-x)=-1$.

由于 f(x)在 x=1 处连续,

所以$\lim\limits_{x\to1^+}f(x)=\lim\limits_{x\to1^-}f(x)$，即 $2a+a^2=-1$.

解得 $a=-1$.

22. $y'=\dfrac{1-\ln x}{x^2}$

$$dy=y'dx=\frac{1-\ln x}{x^2}dx.$$

23. 令 $t=\sqrt{x}$，则 $x=t^2$，$dx=2tdt$.

$$\int\frac{\cos\sqrt{x}}{\sqrt{x}}dx=\int\frac{2t\cos t}{t}dt$$

$$=2\int\cos t\,dt$$

$$=2\sin\sqrt{x}+C.$$

24. $y'=6x^2-12x$，$y''=12x-12$.

由 $y''=12x-12=0$ 得 $x=1$.

当 $x<1$ 时，$y''<0$，因此在区间$(-\infty,1)$曲线是凸的；

当 $x>1$ 时，$y''>0$，因此在区间$(1,+\infty)$曲线是凹的；

当 $x=1$ 时，$y=-4$，点$(1,-4)$为曲线的拐点.

25. $\dfrac{\partial z}{\partial x}=\dfrac{1}{x+y^2}$，$\dfrac{\partial z}{\partial y}=\dfrac{2y}{x+y^2}$，

于是 $dz=\dfrac{1}{x+y^2}dx+\dfrac{2y}{x+y^2}dy$，

因此 $dz\Big|_{(1,1)}=\dfrac{1}{2}dx+dy$.

26. 原方程对应的齐次方程的特征方程为 $r^2-3r+2=0$，

特征根为 $r_1=1$，$r_2=2$.

故原方程对应的齐次方程通解为 $y=C_1e^x+C_2e^{2x}$，

$y^*=1$ 为原方程的特解，

所以原方程的通解为 $y=C_1e^x+C_2e^{2x}+1$.

27. 在极坐标系中，D 可表示为$\dfrac{\pi}{4}\leqslant\theta\leqslant\dfrac{\pi}{2}$，$0\leqslant r\leqslant1$.

$$\iint\limits_D xy\,dx\,dy=\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}}d\theta\int_0^1 r^2\cos\theta\sin\theta\cdot r\,dr$$

$$=\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}}\sin\theta\,d(\sin\theta)\cdot\int_0^1 r^3\,dr$$

$$=\frac{1}{2}\sin^2\theta\Big|_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}}\cdot\frac{1}{4}r^4\Big|_0^1$$

$$=\frac{1}{16}.$$

28. $e^{x+1}=e\cdot e^{x}$

$$=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{e}{n!}x^{n}\quad(-\infty<x<+\infty).$$