

2018 年成人高等学校专升本招生全国统一考试

高等数学（一）

一、选择题：每小题 4 分，共 40 分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求。

1. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\cos x} = (\quad)$

- A. e B. 2 C. 1 D. 0

2. 设 $y = 1 + \cos x$ ，则 $dy = (\quad)$

- A. $(1 + \sin x)dx$ B. $(1 - \sin x)dx$ C. $\sin x dx$ D. $-\sin x dx$

3. 若函数 $f(x) = 5^x$ ，则 $f'(x) = (\quad)$

- A. 5^{x-1} B. $x5^{x-1}$ C. $5^x \ln 5$ D. 5^x

4. $\int \frac{1}{2-x} dx = (\quad)$

- A. $\ln|2-x| + C$ B. $-\ln|2-x| + C$ C. $-\frac{1}{(2-x)^2} + C$ D. $\frac{1}{(2-x)^2} + C$

5. $\int f'(2x) dx = (\quad)$

- A. $\frac{1}{2}f(2x) + C$ B. $f(2x) + C$ C. $2f(2x) + C$ D. $\frac{1}{2}f(x) + C$

6. 若 $f(x)$ 为连续的奇函数，则 $\int_{-1}^1 f(x) dx =$

- A. 0 B. 2 C. $2f(-1)$ D. $2f(1)$

7. 若二元函数 $z = x^2 y + 3x + 2y$ ，则 $\frac{\partial z}{\partial x} = (\quad)$

- A. $2xy + 3 + 2y$ B. $xy + 3 + 2y$ C. $2xy + 3$ D. $xy + 3$

8. 方程 $x^2 + y^2 - 2z = 0$ 表示的二次曲面是 $(\quad)$

- A. 柱面 B. 球面 C. 旋转抛物面 D. 椭球面

9. 已知区域 $D = \{(x, y) | -1 \leq x \leq 1, -1 \leq y \leq 1\}$ ，则 $\iint_D x dx dy = (\quad)$

- A. 0 B. 1 C. 2 D. 4

10. 微分方程 $yy' = 1$ 的通解为 ()

- A. $y^2 = x + C$ B. $\frac{1}{2}y^2 = x + C$ C. $y^2 = Cx$ D. $2y^2 = x + C$

二、填空题: 11~20 小题, 每小题 4 分, 共 40 分

11. 曲线 $y = x^3 - 6x^2 + 3x + 4$ 的拐点为 _____

12. $\lim_{x \rightarrow 0} (1 - 3x)^{\frac{1}{x}} =$ _____

13. 若函数 $f(x) = x - \arctan x$, 则 $f'(x) =$ _____

14. 若 $y = e^{2x}$, 则 $dy =$ _____

15. $\int (2x + 3) dx =$ _____

16. $\int_{-1}^1 (x^5 + x^2) dx =$ _____

17. $\int_0^{\pi} \sin \frac{x}{2} dx =$ _____

18. $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{3^n} =$ _____

19. $\int_0^{+\infty} e^{-x} dx =$ _____

20. 若二元函数 $z = x^2 y^2$, 则 $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} =$ _____

三、解答题: 21~28 题, 共 70 分. 解答应写出推理、演算步骤

21. 设函数 $f(x) = \begin{cases} \frac{3 \sin x}{x}, & x < 0 \\ 3x + a, & x \geq 0 \end{cases}$, 在 $x = 0$ 处连续, 求 a

22. 求 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^3 - 2x^2 - 1}{\sin(x^2 - 1)}$

23. 设函数 $f(x) = 2x + \ln(3x + 2)$, 求 $f''(0)$

24. 求 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_0^x \sin 3t dt}{x^2}$

25. 求 $\int x \cos x dx$

26. 求函数 $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 + 5$ 的极值

27. 求微方程 $y' - \frac{1}{x}y = 2 \ln x$ 的通解

28. 设区域 $D = \{(x, y) | x^2 + y^2 \leq 9, y \geq 0\}$, 计算 $\iint_D (x^2 + y^2) dx dy$

2018 年成人高等学校专升本招生全国统一考试

高等数学（一）试题答案解析

1. 【答案】D

【解析】 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\cos x} = \frac{\lim_{x \rightarrow 0} x}{\lim_{x \rightarrow 0} \cos x} = \frac{0}{1} = 0$

2. 【答案】D

【解析】 $y' = (1 + \cos x)' = -\sin x$ ，故 $dy = -\sin x dx$

3. 【答案】C

【解析】 $f'(x) = (5^x)' = 5^x \ln 5$

4. 【答案】B

【解析】 $\int \frac{1}{2-x} dx = -\ln|2-x| + C$

5. 【答案】A

【解析】 $\int f'(2x) dx = \frac{1}{2} \int f'(2x) d(2x) = \frac{1}{2} f(2x) + C$

6. 【答案】A

【解析】因为 $f(x)$ 为连续的奇函数，故 $\int_{-1}^1 f(x) dx = 0$

7. 【答案】C

【解析】 $z = x^2 y + 3x + 2y$ ，故 $\frac{\partial z}{\partial x} = 2xy + 3$

8. 【答案】C

【解析】 $x^2 + y^2 - 2z = 0$ 可化为 $\frac{x^2}{2} + \frac{y^2}{2} = z$ ，故表示的是旋转抛物面

9. 【答案】A

【解析】 $\iint_D x dx dy = \int_{-1}^1 x dx \int_{-1}^1 dy = 2 \int_{-1}^1 x dx = 0$

10. 【答案】B

【解析】原方程分离变量得 $ydy = dx$ ，两边同时积分得 $\frac{1}{2}y^2 = x + C$ ，故方程的通解为 $\frac{1}{2}y^2 = x + C$

11. 【答案】(2, -6)

【解析】 $y' = 3x^2 - 12x + 3$ ， $y'' = 6x - 12$ ，令 $y'' = 0$ ，则 $x = 2, y = -6$ ，故拐点为 (2, -6)

12. 【答案】 e^{-3}

【解析】 $\lim_{x \rightarrow 0} (1 - 3x)^{\frac{1}{x}} = \lim_{x \rightarrow 0} [1 + (-3x)]^{\frac{1}{-3x}(-3)} = e^{-3}$

13. 【答案】 $\frac{x^2}{1+x^2}$

【解析】 $f(x) = x - \arctan x$ ，则 $f'(x) = 1 - \frac{1}{1+x^2} = \frac{x^2}{1+x^2}$

14. 【答案】 $2e^{2x} dx$

【解析】 $y' = (e^{2x})' = 2e^{2x}$ ，则 $dy = 2e^{2x} dx$

15. 【答案】 $x^2 + 3x + C$

【解析】 $\int (2x + 3) dx = x^2 + 3x + C$

16. 【答案】 $\frac{2}{3}$

【解析】 $\int_{-1}^1 (x^5 + x^2) dx = \left(\frac{1}{6}x^6 + \frac{1}{3}x^3 \right) \Big|_{-1}^1 = \frac{2}{3}$

17. 【答案】2

【解析】 $\int_0^\pi \sin \frac{x}{2} dx = 2 \int_0^\pi \sin \frac{x}{2} d\left(\frac{x}{2}\right) = -2 \cos \frac{x}{2} \Big|_0^\pi = 2$

18. 【答案】 $\frac{3}{2}$

【解析】 $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{3^n} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 \cdot \left(1 - \frac{1}{3^n}\right)}{1 - \frac{1}{3}} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3}{2} \left(1 - \frac{1}{3^n}\right) = \frac{3}{2}$

19. 【答案】 1

【解析】 $\int_0^{+\infty} e^{-x} dx = -e^{-x} \Big|_0^{+\infty} = 1$

20. 【答案】 $4xy$

【解析】 $z = x^2 y^2, \frac{\partial z}{\partial x} = 2xy^2, \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = 4xy$

21. 【答案】 $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{3 \sin x}{x} = 3$

$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} (3x + a) = a$

且 $f(0) = a$

因为 $f(x)$ 在 $x=0$ 处连续

所以 $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = f(0)$

$a = 3$

22. 【答案】 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^3 - 2x^2 - 1}{\sin(x^2 - 1)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^3 - 2x^2 - 1}{x^2 - 1}$

$$= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(3x^2 + x + 1)(x - 1)}{(x - 1)(x + 1)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^2 + x + 1}{x + 1}$$

$$= \frac{5}{2}$$

23. 【答案】 $f'(x) = 2 + \frac{3}{3x + 2}$

$$f''(x) = -\frac{9}{(3x + 2)^2}$$

故 $f''(0) = -\frac{9}{4}$

24. 【答案】 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_0^x \sin 3t dt}{x^2} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-\frac{1}{3} \cos 3t \Big|_0^x}{x^2}$

$$\begin{aligned}
 &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{1}{3}(1 - \cos 3x)}{x^2} \\
 &= \frac{1}{3} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{9}{2}x^2}{x^2} \\
 &= \frac{3}{2}
 \end{aligned}$$

25. 【答案】 $\int x \cos x dx = x \sin x - \int \sin x dx$
 $= x \sin x + \cos x + C$

26. 【答案】 $f'(x) = x^2 - x$, 令 $f'(x) = 0$, 得 $x_1 = 0$, $x_2 = 1$,

当 $x < 0$ 或 $x > 1$ 时, $f'(x) > 0$, 此时 $f(x)$ 为单调增加函数

当 $0 < x < 1$ 时, $f'(x) < 0$, 此时 $f(x)$ 为单调减少函数

故当 $x = 0$ 时, $f(x)$ 取极大值, 极大值 $f(0) = 5$

当 $x = 1$ 时, $f(x)$ 取极小值, 极小值 $f(1) = \frac{29}{6}$

27. 【答案】 这是个一阶线性非齐次微分方程

$$P(x) = -\frac{1}{x}, \quad Q(x) = 2 \ln x$$

$$\text{故通解为 } y = e^{\int \frac{1}{x} dx} \left(\int 2 \ln x e^{\int -\frac{1}{x} dx} dx + C \right)$$

$$\begin{aligned}
 &= x \cdot \left(2 \int \frac{\ln x}{x} dx + C \right) \\
 &= x [(\ln x)^2 + C]
 \end{aligned}$$

28. 【答案】 D 在极坐标系里可表示为 $0 \leq \theta \leq \pi, 0 \leq r \leq 3$, 故

$$\iint_D (x^2 + y^2) dx dy = \int_0^\pi d\theta \int_0^3 r^2 \cdot r dr = \frac{81}{4} \pi$$