

# 2018 年成人高等学校专升本招生全国统一考试

## 高等数学（二）

### 第 I 卷（选择题，40 分）

一、选择题(1~10 小题。每小题 4 分，共 40 分。在每小题给出的四个选项中。只有一项是符合题目要求的)

1.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\cos x} = ( \quad )$

- A. e    B. 2    C. 1    D. 0

2. 若  $y=1+\cos x$ ，则  $dy = ( \quad )$

- A.  $(1+\sin x)dx$     B.  $(1-\sin x)dx$     C.  $\sin x dx$     D.  $-\sin x dx$

3. 若函数  $f(x)=5^x$ ，则  $f'(x) = ( \quad )$

- A.  $5^{x-1}$     B.  $x5^{x-1}$     C.  $5^x \ln 5$     D.  $5^x$

4. 曲线  $y=x^3+2x$  在点  $(1,3)$  处的法线方程是  $( \quad )$

- A.  $5x+y-8=0$     B.  $5x-y-2=0$     C.  $5x+y-16=0$     D.  $x-5y+14=0$

5.  $\int \frac{1}{2-x} dx = ( \quad )$

- A.  $\ln|2-x|+C$     B.  $-\ln|2-x|+C$     C.  $-\frac{1}{(2-x)^2}+C$     D.  $\frac{1}{(2-x)^2}+C$

6.  $\int f'(2x) dx = ( \quad )$

- A.  $\frac{1}{2}f(2x)+C$     B.  $f(2x)+C$     C.  $2f(2x)+C$     D.  $\frac{1}{2}f(x)+C$

7. 若  $f(x)$  为连续的奇函数，则  $\int_{-1}^1 f(x) dx = ( \quad )$

- A. 0    B. 2    C.  $2f(-1)$     D.  $2f(1)$

8. 若二元函数  $z=x^2y+3x+2y$ ，则  $\frac{\partial z}{\partial x} = ( \quad )$

- A.  $2xy+3+2y$     B.  $xy+3+2y$     C.  $2xy+3$     D.  $xy+3$

9. 设区域  $D = \{(x, y) | 0 \leq y \leq x^2, 0 \leq x \leq 1\}$ ，则  $D$  绕  $x$  轴旋转一周所得旋转体

的体积为 ( )

- A.  $\frac{\pi}{5}$     B.  $\frac{\pi}{3}$     C.  $\frac{\pi}{2}$     D.  $\pi$

10. 设 A、B 为两个随机事件，且相互独立， $P(A)=0.6$ ， $P(B)=0.4$ ，则

$P(A-B)=$  ( )

- A. 0.24    B. 0.36    C. 0.4    D. 0.6

### 第 II 卷 (非选择题, 110 分)

二、填空题: 11~20 小题, 每小题 4 分, 共 40 分。将答案填写在答题卡相应题号后。

11. 曲线  $y = x^3 - 6x^2 + 3x + 4$  的拐点为 \_\_\_\_\_

12.  $\lim_{x \rightarrow 0} (1-3x)^{\frac{1}{x}} =$  \_\_\_\_\_

13. 若函数  $f(x) = x - \arctan x$ , 则  $f'(x) =$  \_\_\_\_\_

14. 若  $y = e^{2x}$ , 则  $dy =$  \_\_\_\_\_

15. 设  $f(x) = x^{2x}$ , 则  $f'(x) =$  \_\_\_\_\_

16.  $\int (2x+3)dx =$  \_\_\_\_\_

17.  $\int_{-1}^1 (x^5 + x^2)dx =$  \_\_\_\_\_

18.  $\int_0^{\pi} \sin \frac{x}{2} dx =$  \_\_\_\_\_

19.  $\int_0^{+\infty} e^{-x} dx =$  \_\_\_\_\_

20. 若二元函数  $z = x^2 y^2$ , 则  $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} =$  \_\_\_\_\_

三、解答题: 21~28 题, 共 70 分。解答应写出推理、演算步骤, 并将其写在答题卡相应题号后

21. 设函数  $f(x) = \begin{cases} \frac{3 \sin x}{x}, & x < 0 \\ 3x + a, & x \geq 0 \end{cases}$ , 在  $x=0$  处连续, 求  $a$

22. 求  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^3 - 2x^2 - 1}{(x^2 - 1)}$

23. 设函数  $f(x) = 2x + \ln(3x + 2)$ , 求  $f''(0)$

24. 求  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_0^x \sin 3t dt}{x^2}$

25. 求  $\int x \cos x dx$

26. 求曲线  $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 + 5$  的极值

27. 盒子中有 5 个产品，其中恰有 3 个合格品，从盒子中任取 2 个，

记  $X$  为取出的合格品个数，求

(1)  $X$  的概率分布

(2)  $E(X)$

28. 求函数  $f(x, y) = x^3 + y^3$  在条件  $x^2 + 2y^2 = 1$  下的最值

# 2018年成人高等学校专升本招生全国统一考试

## 高等数学（二）试题答案解析

1. 【答案】D

【解析】  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\cos x} = \frac{\lim_{x \rightarrow 0} x}{\lim_{x \rightarrow 0} \cos x} = \frac{0}{1} = 0$

2. 【答案】D

【解析】  $y' = -\sin x, dy = -\sin x dx$

3. 【答案】C

【解析】  $f(x) = 5^x$ , 则  $f'(x) = 5^x \ln 5$

4. 【答案】C

【解析】  $y' = 3x^2 + 2, y'|_{x=1} = 5$ , 则法线斜率  $k = -\frac{1}{5}$ , 则法线方程为  $y - 3 = -\frac{1}{5}(x - 1)$ ,

即  $x + 5y - 16 = 0$

5. 【答案】B

【解析】  $\int \frac{1}{2-x} dx = -\int \frac{1}{2-x} d(2-x) = -\ln|2-x| + C$

6. 【答案】A

【解析】  $\int f'(2x) dx = \frac{1}{2} \int f'(2x) d(2x) = \frac{1}{2} f(2x) + C$

7. 【答案】A

【解析】 因为  $f(x)$  是连续的奇函数, 故  $\int_{-1}^1 f(x) dx = 0$

8. 【答案】C

【解析】  $z = x^2 y + 3x + 2y$ , 故  $\frac{\partial z}{\partial x} = 2xy + 3$

9. 【答案】A

【解析】  $V = \pi \int_0^1 f^2(x) dx = \pi \int_0^1 x^4 dx = \frac{\pi}{5} x^5 \Big|_0^1 = \frac{\pi}{5}$

10. 【答案】 B

【解析】 因 A, B 相互独立, 故

$$P(A-B) = P(A) - P(AB) = P(A) - P(A)P(B) = 0.6 - 0.6 \times 0.4 = 0.36$$

11. 【答案】 (2, -6)

【解析】  $y' = 3x^2 - 12x + 3, y'' = 6x - 12$ , 令  $y'' = 0$ , 则  $x = 2$ , 此时  $y = -6$ , 故拐点为 (2, -6)

12. 【答案】  $e^{-3}$

【解析】  $\lim_{x \rightarrow 0} (1-3x)^{\frac{1}{x}} = \lim_{x \rightarrow 0} [1 + (-3x)]^{\frac{1}{-3e}(-3)} = e^{-3}$

13. 【答案】  $\frac{x^2}{1+x^2}$

【解析】  $f(x) = x - \arctan x$ , 则  $f'(x) = 1 - \frac{1}{1+x^2} = \frac{x^2}{1+x^2}$

14. 【答案】  $2e^{2x} dx$

【解析】  $y = e^{2x}$ ,  $y' = 2e^{2x}$ , 则  $dy = 2e^{2x} dx$

15. 【答案】  $2x^{2x}(\ln x + 1)$

【解析】  $y = x^{2x}$ , 两边取对数得  $\ln y = 2x \ln x$ , 两边同时对  $x$  求导得

$$\frac{y'}{y} = 2 \ln x + 2, \text{ 故 } y' = y(2 \ln x + 2) = 2x^{2x}(\ln x + 1)$$

16. 【答案】  $x^2 + 3x + C$

【解析】  $\int (2x+3)dx = x^2 + 3x + C$

17. 【答案】  $\frac{2}{3}$

【解析】  $\int_{-1}^1 (x^5 + x^2)dx = \left(\frac{1}{6}x^6 + \frac{1}{3}x^3\right)\Big|_{-1}^1 = \frac{2}{3}$

18. 【答案】 2

【解析】  $\int_0^{\pi} \sin \frac{x}{2} dx = 2 \int_0^{\pi} \sin \frac{x}{2} d\left(\frac{x}{2}\right) = -2 \cos x \frac{x}{2} \Big|_0^{\pi} = 2$

19. 【答案】 1

【解析】  $\int_0^{+\infty} e^{-x} dx = -e^{-x} \Big|_0^{+\infty} = 1$

20. 【答案】  $4xy$

【解析】  $z = x^2 y^2$ , 则  $\frac{\partial z}{\partial x} = 2xy^2$ ,  $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = 4xy$

21. 【答案】  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{3 \sin x}{x} = 3$ ,

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} (3x + a) = a$$

且  $f(0) = a$

因为  $f(x)$  在  $x=0$  处连续

所以  $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = f(0)$

$$a = 3$$

22. 【答案】  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^3 - 2x^2 - 1}{\sin(x^2 - 1)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^3 - 2x^2 - 1}{x^2 - 1}$

$$= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(3x^2 + x + 1)(x - 1)}{(x - 1)(x + 1)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^2 + x + 1}{x + 1}$$

$$= \frac{5}{2}$$

23. 【答案】  $f(x) = 2x + \ln(3x + 2)$

$$f'(x) = 2 + \frac{3}{3x + 2},$$

$$f''(x) = -\frac{9}{(3x + 2)^2}$$

故  $f''(0) = -\frac{9}{4}$

24. 【答案】 
$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_0^x \sin 3t dt}{x^2} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{1}{3}(1 - \cos 3x)}{x^2}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} (3x)^2}{x^2}$$

$$= \frac{3}{2}$$

25. 【答案】 
$$\int x \cos x dx = \int x d \sin x$$

$$= x \sin x - \int \sin x dx$$

$$= x \sin x + \cos x + C$$

26. 【答案】  $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 + 5,$

则  $f'(x) = x^2 - x$ , 令  $f'(x) = 0$ , 则  $x_1 = 0, x_2 = 1$

当  $x < 0$  或  $x > 1$  时,  $f'(x) > 0$ , 此时  $f(x)$  为单调增加函数;

当  $0 < x < 1$  时,  $f'(x) < 0$ , 此时  $f(x)$  为单调减少函数

故当  $x = 0$  时,  $f(x)$  取极大值, 极大值  $f(0) = 5$

当  $x = 1$  时,  $f(x)$  取极小值, 极小值  $f(1) = \frac{29}{6}$

27. 【答案】

(1)  $X$  可能的取值为  $0, 1, 2$

$$P(X = 0) = \frac{C_2^2}{C_5^2} = \frac{1}{10} \quad P(X = 1) = \frac{C_3^1 C_2^1}{C_5^2} = \frac{3}{5} \quad P(X = 2) = \frac{C_3^2}{C_5^2} = \frac{3}{10}$$

则  $X$  的分布律为

$X$	0	1	2
$P$	$\frac{1}{10}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{3}{10}$

(2)  $E(X) = 0 \times \frac{1}{10} + 1 \times \frac{3}{5} + 2 \times \frac{3}{10} = \frac{6}{5}$

28. 【答案】 作拉格朗日函数  $L(x, y, \lambda) = x^3 + y^3 + \lambda(x^2 + 2y^2 - 1)$

$$\text{令} \begin{cases} L'_x = 3x^2 + 2\lambda x = 0 \\ L'_y = 3y^2 + 4\lambda y = 0 \\ L'_\lambda = x^2 + 2y^2 - 1 = 0 \end{cases}$$

解得驻点  $\left(-\frac{1}{3}, -\frac{2}{3}\right)$  和  $\left(\frac{1}{3}, \frac{2}{3}\right)$

$$\text{且 } f\left(-\frac{1}{3}, -\frac{2}{3}\right) = -\frac{1}{3}, \quad f\left(\frac{1}{3}, \frac{2}{3}\right) = \frac{1}{3}$$

故函数  $f(x, y)$  在条件  $x^2 + 2y^2 = 1$  下的最小值为  $-\frac{1}{3}$ ，最大值为  $\frac{1}{3}$