

全国各类成人高等学校招生考试

专科起点升本科

高等数学(二)全真模拟试卷(一)

(考试时间 120 分钟)

题 号	一	二	三	总 分	
题 分	40	40	70	统分人	
得 分				核分人	

得 分	阅卷人	核分人

一、选择题(在每题给出的四个选项中只有一项符合题目要求, 每题 4 分, 共 40 分.)

1. 若 $\int_0^x f(t) dt = \frac{x^2}{2}$, 则 $\int_0^2 \frac{2}{\sqrt{x}} f(\sqrt{x}) dx =$

A. 2

B. 4

C. 1

D. 0

2. $\int \left(\sin \frac{\pi}{4} + 1 \right) dx =$

A. $-\cos \frac{\pi}{4} + x + C$

B. $-\frac{4}{\pi} \cos \frac{\pi}{4} + x + C$

C. $x \sin \frac{\pi}{4} + 1 + C$

D. $x \sin \frac{\pi}{4} + x + C$

3. 已知点(5, 2)为函数 $z = xy + \frac{a}{x} + \frac{b}{y}$ 的极值点, 则 a, b 分别为

A. 50, 20

B. -50, -20

C. -20, -50

D. 20, 50

4. 设 $z = e^{x \ln y}$, 则 $\left. \frac{\partial z}{\partial x} \right|_{(1, e)} =$

A. 0

B. 1

C. e

D. e^e

5. 掷两颗骰子点数之和等于 4 的概率是

【 】

A. $\frac{1}{11}$

B. $\frac{1}{12}$

C. $\frac{5}{36}$

D. $\frac{1}{6}$

6. 设 $f(x) = \int_0^{1-\cos x} \sin t^2 dt$, $g(x) = \frac{x^5}{5} - \frac{x^6}{6}$, 则当 $x \rightarrow 0$ 时, $f(x)$ 是比 $g(x)$ 的

【 】

A. 低阶无穷小

B. 高阶无穷小

C. 等价无穷小

D. 同阶不等价无穷小

7. 已知 $f'(x) = \frac{2x}{\sqrt{a^2 - x^2}}$, 则 $\frac{df(\sqrt{a^2 - x^2})}{dx} =$

【 】

A. -2

B. $-\frac{2x}{|x|}$

C. $-\frac{1}{\sqrt{a^2 - x^2}}$

D. $\frac{2}{\sqrt{a^2 - x^2}}$

8. 设 $f'(x)$ 在点 x_0 的某邻域内存在, 且 $f(x_0)$ 为 $f(x)$ 的极大值, 则 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + 2h) - f(x_0)}{h} =$

【 】

A. 2

B. 1

C. 0

D. -2

9. 设 $x=1$ 为 $y=x^3 - ax$ 的一个极值点, 则 $a =$

【 】

A. 3

B. $\sqrt{3}$

C. 1

D. $\frac{1}{3}$

10. 设 $f(x)$ 为连续函数, 则 $\frac{d}{dx} \int_a^{x^2} f(2t) dt =$

【 】

A. $f(2x^2)$

B. $x^2 f(2x^2)$

C. $2x f(x^2)$

D. $2x f(2x^2)$

得 分	阅 卷 人	核 分 人

二、填空题(将答案填在横线上. 每题 4 分, 共 40 分.)

11. 设 $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{2}{n}\right)^{kn} = e^{-3}$, 则 $k =$ _____.

12. 曲线 $y = \ln(1+x)$ 的铅直渐近线是 _____.

13. 设 $f(x) = \begin{cases} x & x \geq 0 \\ e^x & x < 0 \end{cases}$, 则 $\int_{-1}^2 f(x) dx =$ _____.

14. $\int \frac{1+x}{\sqrt{1-x^2}} dx = \underline{\hspace{2cm}}.$

15. 设 $f(x) = \sin \frac{1}{x}$, 则 $f'(\frac{1}{\pi}) = \underline{\hspace{2cm}}.$

16. 设 $\int f(x) dx = (\frac{x^3}{3} + \frac{3}{2}x^2 + x) \ln x - (\frac{x^3}{9} + \frac{3}{4}x^2 + x) + C$, 则 $f(x) = \underline{\hspace{2cm}}.$

17. 设 $\int_2^4 (e^x + \frac{k}{x}) dx = e^4 - e^2 + \ln 2$, 则 $k = \underline{\hspace{2cm}}.$

18. 设 $G(x) = \int_0^{x^3} t^2 e^t dt$, 则 $G'(x) = \underline{\hspace{2cm}}.$

19. $\int_1^{+\infty} \frac{1}{x^3} dx = \underline{\hspace{2cm}}.$

20. 设 $z = f(x^2 + y^2)$, 则 $y \frac{\partial z}{\partial x} - x \frac{\partial z}{\partial y} = \underline{\hspace{2cm}}.$

得分	阅卷人	核分人

三、解答题(应写出推理演算步骤. 共 70 分.)

21. (本题满分 8 分)

求 $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 \sin \frac{1}{x}}{3x-2}.$

22. (本题满分 8 分)

求 $\lim_{x \rightarrow 1} x^{\frac{1}{1-x}}.$

23. (本题满分 8 分)

设 $y = e^x \ln x - \frac{e^x}{x}$, 求 y' .

24. (本题满分 8 分)

求 $\int_0^2 \frac{dx}{\sqrt{x+1} + \sqrt{(x+1)^3}}$.

25. (本题满分 8 分)

设离散型随机变量 ξ 的概率分布为

ξ	1	2	3	4
P	0.2	0.1	a	b

, 且已知 $E(\xi) = 2.9$, 求 a, b 的值.

26. (本题满分 10 分)

求由曲线 $y=2x-x^2$, $x+y=0$ 所围成的平面图形的面积.

27. (本题满分 10 分)

设 $f''(x)$ 在 (a, b) 上连续, 且 $\int_a^b f(x) dx = 0$, 求 $\int_a^b x^2 f''(x) dx$.

28. (本题满分 10 分)

当 $x > 1$ 时, 求证: $\frac{\ln(1+x)}{\ln x} > \frac{x}{1+x}$.

高等数学(二)全真模拟试卷(一)参考答案

一、选择题

1. B 2. D 3. A 4. C 5. B 6. B 7. B 8. C 9. A 10. D

二、填空题

11. $-\frac{3}{2}$ 12. $x=-1$ 13. $3-e^{-1}$ 14. $\arcsin x - \sqrt{1-x^2} + C$

15. π^2 16. $(x^2+3x+1)\ln x$ 17. 1 18. $3x^8 e^{x^3}$ 19. $\frac{1}{2}$ 20. 0

三、解答题

$$\begin{aligned} 21. \text{解: 原式} &= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sin \frac{1}{x}}{\frac{1}{x}} \cdot \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x}{3x-2} \\ &= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{3-\frac{2}{x}} \\ &= \frac{1}{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 22. \text{解: } \lim_{x \rightarrow 1} x^{\frac{1}{1-x}} &= \lim_{x \rightarrow 1} e^{\frac{\ln x}{1-x}} = e^{\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln x}{1-x}} \\ \therefore \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln x}{1-x} &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x}{-1} = -1 \\ \therefore \lim_{x \rightarrow 1} x^{\frac{1}{1-x}} &= e^{-1} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 23. \text{解: } y' &= (e^x)' \ln x + e^x (\ln x)' - \frac{(e^x)' x - x' e^x}{x^2} \\ &= e^x \ln x + \frac{e^x}{x} - \frac{e^x}{x} + \frac{e^x}{x^2} \\ &= e^x \left(\ln x + \frac{1}{x^2} \right) \end{aligned}$$

$$24. \text{解: 设 } t = \sqrt{x+1}, \text{ 则 } x = t^2 - 1, dx = 2tdt$$

$$x \quad \left| \quad 0 \quad \right| \quad 2$$

t	1	$\sqrt{3}$
---	---	------------

$$\therefore \text{原式} = \int_1^{\sqrt{3}} \frac{2t}{t+t^3} dt$$

$$= 2 \int_1^{\sqrt{3}} \frac{1}{1+t^2} dt$$

$$= 2 \arctan t \Big|_1^{\sqrt{3}}$$

$$= 2 \left(\frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{4} \right)$$

$$= \frac{\pi}{6}$$

25. 解: 由题可得下式

$$\begin{cases} a+b=1-(0.2+0.1) \\ 0.2 \times 1 + 0.1 \times 2 + 3a+4b=2.9 \end{cases}$$

$$\text{即} \begin{cases} a+b=0.7 \\ 3a+4b=2.5 \end{cases}$$

$$\text{解得} \begin{cases} a=0.3 \\ b=0.4 \end{cases}$$

26. 解: 如图所示

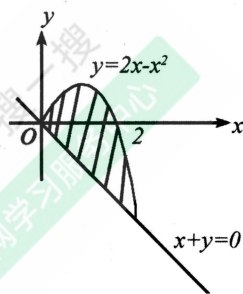
交点为 $(0,0), (3,-3)$

$$S = \int_0^3 [2x - x^2 - (-x)] dx$$

$$= \int_0^3 (3x - x^2) dx$$

$$= \left(\frac{3}{2}x^2 - \frac{1}{3}x^3 \right) \Big|_0^3$$

$$= \frac{9}{2}$$



$$27. \text{解: } \int_a^b x^2 f''(x) dx = \int_a^b x^2 d[f'(x)]$$

$$= x^2 f'(x) \Big|_a^b - \int_a^b f'(x) d(x^2)$$

$$= x^2 f'(x) \Big|_a^b - 2 \int_a^b x f'(x) dx$$

$$= x^2 f'(x) \Big|_a^b - 2 \int_a^b x d[f(x)]$$

$$= x^2 f'(x) \Big|_a^b - 2xf(x) \Big|_a^b + 2 \int_a^b f(x) dx$$

$$= x^2 f'(x) \Big|_a^b - 2xf(x) \Big|_a^b$$

$$=b^2 f'(b)-a^2 f'(a)-2bf(b)+2af(a)$$

28. 证明: 设 $F(x)=(1+x)\ln(1+x)-x\ln x$

则 $F(1)=2\ln 2>0$ 且 $F(x)$ 在 $[1,+\infty)$ 内可导

$$\because F'(x)=\ln(1+x)-\ln x=\ln\left(1+\frac{1}{x}\right)>0 \quad (x>1)$$

$$\therefore F(x) \uparrow, x \in (1, +\infty)$$

$$\therefore \text{有 } F(x)>F(1)>0, x \in (1, +\infty)$$

$$\text{即 } (1+x)\ln(1+x)>x\ln x$$

$$\therefore \frac{\ln(1+x)}{\ln x} > \frac{x}{1+x} \quad (x>1) \text{ 得证}$$

高等数学(二)全真模拟试卷(二)参考答案

一、选择题

1. A 2. C 3. B 4. D 5. C 6. D 7. C 8. A 9. B 10. C

二、填空题

11. e^{-1} 12. $f'(1+a^e) \cdot \left(\frac{1}{e} + a^e \ln a\right)$

13. 3 14. $\frac{1}{2}\ln(4+x^2)+C$

15. $(2, 2e^{-2})$ 16. $x(\ln x - 1) + C$

17. $\frac{1}{2}[f(2x)-f(2a)]$ 18. $\frac{\pi}{2}$

19. $-\frac{2x+y^2}{2(xy+1)}dx$ 20. $2ab\cos(2ax+2by)$

三、解答题

$$\begin{aligned} 21. \text{解: } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x}{x-1} \int_1^x \frac{\sin t}{t} dt &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x \int_1^x \frac{\sin t}{t} dt}{x-1} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\int_1^x \frac{\sin t}{t} dt}{x-1} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\frac{\sin x}{x}}{1} \end{aligned}$$