

全国各类成人高等学校招生考试

专科起点升本科

高等数学(二)全真模拟试卷(四)

(考试时间 120 分钟)

题号	一	二	三	总分	
题分	40	40	70	统分人	
得分				核分人	

得分	阅卷人	核分人

一、选择题(在每题给出的四个选项中只有一项符合题目要求,每题 4 分,共 40 分。)

1. 设 $F(x)$ 是 $f(x)$ 的一个原函数, 则 $\int e^{-x} f(e^{-x}) dx =$ 【 】

A. $-F(e^{-x}) + C$

B. $F(e^{-x}) + C$

C. $F(e^x) + C$

D. $-F(e^x) + C$

2. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_0^1 e^{-t^2} dt}{\cos x} =$ 【 】

A. $2e^{-1}$

B. $2e$

C. $\frac{e^{-1}}{2}$

D. $\frac{e}{2}$

3. 若 $x = -1$ 和 $x = 2$ 都是函数 $f(x) = (a+x)e^{\frac{b}{x}}$ 的极值点, 则 a, b 分别为 【 】

A. 1, 2

B. 2, 1

C. -2, -1

D. -2, 1

4. 设 $z = \arctan \frac{y}{x}$, 则 $\frac{\partial z}{\partial x} =$ 【 】

A. $\frac{-x}{x^2 + y^2}$

B. $\frac{1}{x^2 + y^2}$

C. 1

D. $\frac{-y}{x^2 + y^2}$

5. 已知离散型随机变量 ξ 的分布列为 $\frac{\xi}{P} \begin{matrix} 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0.4 & 0.3 & 0.1 & 0.2 \end{matrix}$, 则期望值 $E(\xi) =$ 【 】

- A. 1.1
B. 2.5
C. 1
D. 0.6

6. 当 $x \rightarrow 0$ 时, 与 x 比较是高阶无穷小的是 【 】

- A. $\sin 2x$
B. $\sin^2 x$
C. $x + \sin x$
D. x

7. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{x-1} =$ 【 】

- A. 0
B. 1
C. ∞
D. 不存在但不是 ∞

8. 函数 $f(x) = \frac{x}{\sqrt[3]{3-x}}$ 的间断点为 $x =$ 【 】

- A. 3
B. -3
C. 0
D. 不存在

9. 设 $y = \frac{e^x}{x}$, 则 $y' =$ 【 】

- A. $e^x \ln x$
B. $\frac{e^x}{x^2}$
C. $\frac{xe^x - e^x}{x^2}$
D. $\frac{e^x - xe^x}{x^2}$

10. 曲线 $y = x^3(x-4)$ 在区间 $(3, +\infty)$ 内 【 】

- A. 上升且上凸
B. 上升且下凹
C. 下降且上凸
D. 下降且下凹

得分	阅卷人	核分人

二、填空题(将答案填在横线上. 每题 4 分, 共 40 分.)

11. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 3x}{x^2} =$ _____.

12. 过曲线 $y = x + e^x$ 上点 $(0, 1)$ 处的切线方程的一般式为 _____.

13. 设 $f(x) = \sin x + \ln x$, 则 $f''(\frac{\pi}{2}) =$ _____.

14. 设 $f(x)$ 为连续函数, 则 $\int f^2(x) f'(x) dx =$ _____.

15. $\int_0^1 \frac{x^2}{1+x^2} dx$ _____.

16. $\int \frac{1}{x \ln x} dx$ _____.

17. $\int_e^{+\infty} \frac{1}{x \ln x} dx = \underline{\hspace{2cm}}$.

18. 设 $z = y^{2x}$, 则 $\frac{\partial z}{\partial y} = \underline{\hspace{2cm}}$.

19. 函数 $z = f(x, y)$ 是由方程 $x^2 z + 2y^2 z^2 + z = 0$ 确定, 则 $\frac{\partial z}{\partial x} = \underline{\hspace{2cm}}$.

20. 设 $y = x^2 - 2^x$, 则 $y' = \underline{\hspace{2cm}}$.

得分	阅卷人	核分人

三、解答题(应写出推理演算步骤, 共 70 分.)

21. (本题满分 8 分)

设函数 $f(x) = \begin{cases} 2 & x=2 \\ x^2+x-a & x \neq 2 \end{cases}$, 在 $x=2$ 处连续, 求常数 a .

22. (本题满分 8 分)

求 $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+1}{x}\right)^{2x}$.

23. (本题满分 8 分)

设 $y = (\cos x)^x$, 求 y' .

24. (本题满分 8 分)

计算 $\int \frac{x + (\arctan x)^2}{1+x^2} dx$.

25. (本题满分 8 分)

某射手射中 10 环的概率是 0.28, 射中 9 环的概率为 0.24, 射中 8 环的概率是 0.19, 求这个射手一次射中不低于 8 环的概率.

26. (本题满分 10 分)

设 $f(x)$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 内连续且满足 $f(x) = 3x^2 - x \int_0^1 f(x) dx$, 求 $f(x)$.

27. (本题满分 10 分)

求由曲线 $y=2-x^2$, $y=2x-1$ 及 $x \geq 0$ 围成的平面图形绕 x 轴旋转一周所成的旋转体的体积.

28. (本题满分 10 分)

设 $f(x)$ 在 $[2, 3]$ 上连续, 求证: $\int_2^3 dx \int_2^x f(y) dy = \int_2^3 f(x)(3-x) dx$.

≈ 0.903

\therefore 加工出次品的概率为

$$1 - P(ABC) = 1 - 0.903 = 0.097$$

26. 解: 函数定义域为 $(-\infty, 1) \cup (1, +\infty)$

$$\text{由 } y' = 1 - \frac{1}{(x-1)^2} = 0$$

得 $x=0$ 或 2

当 $x < 0$ 或 $x > 2$ 时 $y' > 0$

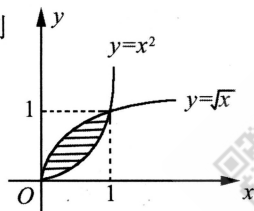
当 $0 < x < 1$ 或 $1 < x < 2$ 时 $y' < 0$

$\therefore f(0) = -1$ 为极大值

$f(2) = 3$ 为极小值.

27. 解: 曲线 $y = x^2$ 与 $x = y^2$ ($y = \sqrt{x}$) 围成的平面图形如图所示, 则
所求旋转体的体积为

$$\begin{aligned} V_y &= \int_0^1 \pi(\sqrt{y})^2 dy - \int_0^1 \pi(y^2)^2 dy \\ &= \int_0^1 \pi(y - y^4) dy \\ &= \pi \left(\frac{y^2}{2} - \frac{y^5}{5} \right) \Big|_0^1 \\ &= \frac{3}{10} \pi \end{aligned}$$



28. 证明: 设 $f(x) = e^x - ex$ 且 $f(1) = 0$

当 $x > 1$ 时 $f'(x) = e^x - e > 0$

可知 $x > 1$ 时, $f(x) \uparrow$

即 $x > 1$ 时 $f(x) > f(1)$, $e^x - ex > 0$

$\therefore x > 1$ 时, $e^x > ex$ 得证.

高等数学(二)全真模拟试卷(四)参考答案

一、选择题

1. A 2. C 3. B 4. D 5. A 6. B 7. D 8. A 9. C 10. B

二、填空题

11. 9

12. $2x - y + 1 = 0$

$$13. -1 - \frac{4}{\pi^2}$$

$$14. \frac{1}{3}f^3(x) + C$$

$$15. 1 - \frac{\pi}{4}$$

$$16. \ln \ln x + C$$

$$17. +\infty$$

$$18. 2xy^{2x-1}$$

$$19. \frac{-2xz}{x^2 + 4zy^2 + 1}$$

$$20. 2x - 2^x \ln 2$$

三、解答题

$$21. \text{解: } \because \lim_{x \rightarrow 2} x^2 + x - a = 6 - a$$

$$f(2) = 2$$

又 $\because f(x)$ 在 $x=2$ 处连续

$$\therefore \lim_{x \rightarrow 2} f(x) = f(2)$$

$$\text{即 } 6 - a = 2$$

$$a = 4$$

$$22. \text{解: 原式} = \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^{2x}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} \left[\left(1 + \frac{1}{x}\right)^x\right]^2$$

$$= e^2$$

$$23. \text{解: } y = (\cos x)^x = e^{\ln(\cos x) \cdot x} = e^{x \ln \cos x}$$

$$y' = e^{x \ln \cos x} \left[\ln \cos x + x \cdot \frac{1}{\cos x} (-\sin x) \right]$$

$$= (\cos x)^x (\ln \cos x - x \tan x)$$

$$24. \text{解: } \int \frac{x + (\arctan x)^2}{1 + x^2} dx = \int \frac{x}{1 + x^2} dx + \int \frac{(\arctan x)^2}{1 + x^2} dx$$

$$= \frac{1}{2} \int \frac{1}{1 + x^2} d(1 + x^2) + \int (\arctan x)^2 d(\arctan x)$$

$$= \frac{1}{2} \ln(1 + x^2) + \frac{1}{3} (\arctan x)^3 + C$$

25. 解: 设 A = 射中 10 环, B = 射中 9 环, C = 射中 8 环

D = 一次射中不低于 8 环

$$\text{则 } P(A) = 0.28$$

$$P(B) = 0.24$$

$$P(C) = 0.19$$

$$\text{则 } P(D) = P(A+B+C)$$

$$= P(A) + P(B) + P(C)$$

$$= 0.28 + 0.24 + 0.19$$

$$= 0.71$$

26. 解: 设 $\int_0^1 f(x) dx = a$, 则 $f(x) = 3x^2 - ax$

$$\int_0^1 f(x) dx = \int_0^1 (3x^2 - ax) dx = \left(x^3 - \frac{1}{2} ax^2 \right) \Big|_0^1 = 1 - \frac{a}{2}$$

$$\text{令 } 1 - \frac{a}{2} = a \text{ 则 } a = \frac{2}{3}$$

$$\therefore f(x) = 3x^2 - \frac{2}{3}x$$

27. 解:

$$\text{由 } \begin{cases} y = 2 - x^2 \\ y = 2x - 1 \\ x \geq 0 \end{cases} \text{ 得 } x = 1, y = 1$$

$$V_x = \pi \int_0^1 (2 - x^2)^2 dx - \pi \int_{\frac{1}{2}}^1 (2x - 1)^2 dx$$

$$= \pi \int_0^1 (x^4 - 4x^2 + 4) dx - \pi \int_{\frac{1}{2}}^1 (4x^2 - 4x + 1) dx$$

$$= \frac{27}{10} \pi$$

28. 证明: $\int_{\frac{2}{3}}^3 dx \int_{\frac{2}{3}}^x f(y) dy = \int_{\frac{2}{3}}^3 dy \int_y^3 f(y) dx$

$$= \int_{\frac{2}{3}}^3 f(y) x \Big|_y^3 dy$$

$$= \int_{\frac{2}{3}}^3 f(y) (3 - y) dy$$

$$= \int_{\frac{2}{3}}^3 f(x) (3 - x) dx \text{ 得证}$$

高等数学(二)全真模拟试卷(五)参考答案

一、选择题

1. B 2. C 3. D 4. A 5. A 6. B 7. B 8. B 9. A 10. C

二、填空题